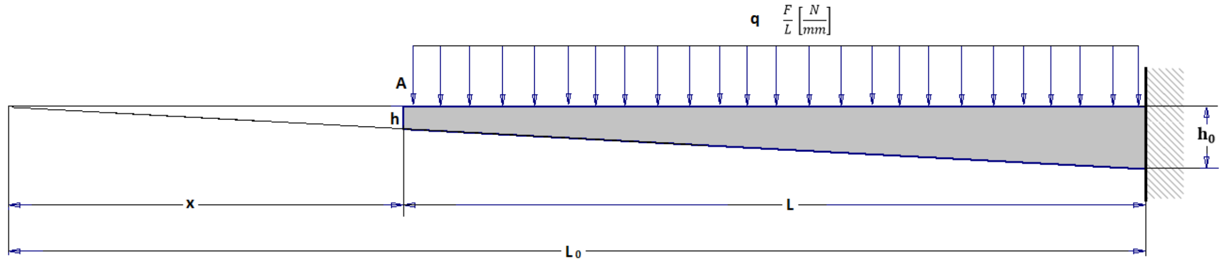
Doorbuiging lineaire ligger (ingeklemde balk met gelijkmatig verdeelde belasting)



$\frac{h}{x} = \frac{h_0}{L}$ → $h = \frac{h_0}{L} x$

$$I(x) = \frac{1}{12} t\, h^3 = \frac{1}{12} t \left(\frac{h_0}{L} x\right)^3 = \frac{t\, {h_0}^3\, x^3}{12\, L^3}$$

Resultante van q: $F = q\, x$

$\circlearrowleft + \sum M_0 = 0$ → $M(x) + F\, d = 0$ → $M(x) + [q\, x]\left(\frac{x}{2}\right) = 0$ → $M(x) = -\frac{1}{2} q\, x^2$

$$E\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M(x)}{I(x)} = \frac{-\frac{1}{2}\, q\, x^2}{\frac{t\, {h_0}^3\, x^3}{12\, L^3}} = -\frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3\, x}$$

$$E\frac{dv}{dx} = -\frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3} \ln(x) + C_1$$

$$Ev = -\frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3}\, x \ln(x) + \frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3}\, x + C_1 x + C_2$$

Bij $x = L_0$, $\frac{dv}{dx} = 0$. Dan geeft vergelijking $E\frac{dv}{dx}$:

$0 = -\frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3} \ln(L_0) + C_1$ → $C_1 = \frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3} \ln(L_0)$

Bij $x = L_0, v = 0$. Dan geeft vergelijking Ev:

$0 = -\frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3}\, L_0 \ln(L_0) + \frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3}\, L_0 + \frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3} \ln(L_0)\, L_0 + C_2$ → $C_2 = -\frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3}\, L_0$

Door C_1 en C_2 in te vullen in de vergelijking voor Ev wordt de formule:

$$Ev = -\frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3}\, x \ln(x) + \frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3}\, x + \frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3} \ln(L_0)\, x - \frac{6\, q\, L^3}{t\, {h_0}^3}\, L_0$$

De formule voor de doorbuiging wordt dan:

$$v = -\frac{6\, q\, L^3}{E\, t\, {h_0}^3}(x \ln x - x - x \ln L_0 + L_0) = \frac{6\, q\, L^3}{E\, t\, {h_0}^3}(x \ln x - x - x \ln L_0 + L_0) \downarrow$$