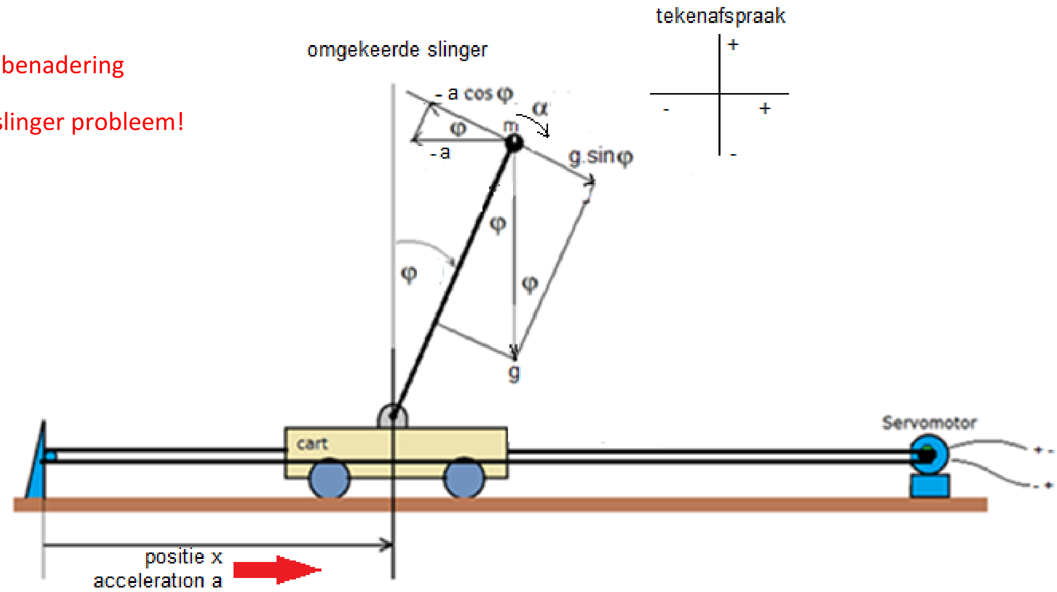
Een meer realistische benadering

van het omgekeerde slinger probleem!



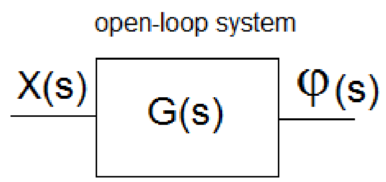
Uitgangspunten! De massa van de staaf (rod) en van het karretje (cart) wordt verwaarloosd, evenals de wrijving.

- α is de **hoekversnelling** rond de massa aan de top; dit is een **externe verstoring** waar we **geen controle** over hebben.
- De **versnelling** a wordt geleverd door een **kracht** F welke door een servomotor met spankabels wordt uitgeoefend op het karretje. Hierover hebben wij wel de controle.

<u>Open-loop system</u>

Omdat er geen informatie wordt teruggekoppeld over de stand van de staaf ($\varphi(t)$ kan er geen zinvolle waarde voor a(t) worden gegenereerd, zodat de staaf direct omvalt.

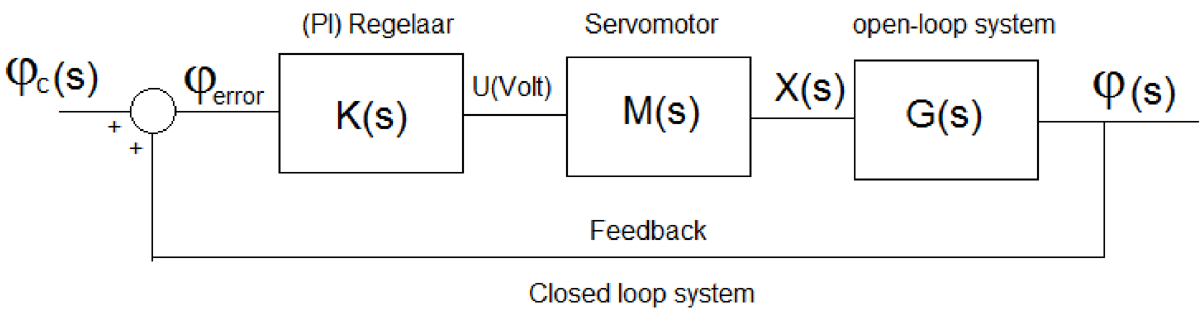
Het **Open-loop system** is dus **instabiel.**



Om een **stabiel systeem** te verkrijgen moeten we dus **Feedback** toepassen. Hiermee verkrijgen we een **closed-loop system**.

Nu kan de juiste horizontale versnelling a aan het karretje worden gegeven, zodat een stabiele verticale stand van de staaf mogelijk wordt (evenwicht).

Het **CLOSED-LOOP SYSTEM** is dan **stabiel.**



Setup van de bewegingsvergelijking van het open-loop systeem.

Som van de Tangentiele versnellingscomponenten: $a(g) + a(x) = g.sin\varphi - a.cos\varphi$

hoekversnelling $\alpha = \frac{a}{L}$ en ook $\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt}$

de som van de hoekversnelling rondom massa m: $\alpha(g) + \alpha(x) = \frac{g.sin\varphi}{L} - \frac{a.cos\varphi}{L}$

totale hoekversnelling $\alpha = \alpha(g) + \alpha(x)$

dus $\frac{d^2\varphi}{dt} = \frac{d^2\varphi(g)}{dt} + \frac{d^2\varphi(x)}{dt} = \frac{g}{L}sin\varphi - \frac{a}{L}cos\varphi$

Dit is een **niet-lineaire vergelijking** in φ

$$\frac{d^2\varphi}{dt} - \frac{g}{L}sin\varphi = -\frac{a}{L}cos\varphi$$

$$L.\frac{d^2\varphi}{dt} - g.sin\varphi = -a.cos\varphi$$

Voor **kleine waarden** van $\varphi_{(t)}$ moeten we de vergelijking **lineariseren.**

Voor kleine waarden van $\varphi_{(t)}$ geldt:

$\sin\varphi \approx \varphi$

$\cos\varphi \approx 1$

In gelineariseerde vorm verkrijgen we dan de volgende niet lineaire differentiaalvergelijking:

$$L.\frac{d^2\varphi}{dt} - g.\varphi = -a$$

De horizontale versnelling van het karretje is de 2e afgeleide van positie x $\left(a = \frac{d^2x}{dt}\right)$

Dus $L.\frac{d^2\varphi}{dt} - g.\varphi = -\frac{d^2x}{dt}$

De **Laplace getransformeerde functie** van het open-loop system wordt:

$$G(s) = \frac{\varphi(s)}{X(s)} = \frac{-s^2}{L.s^2 - g}$$

$$G(s) = \frac{\varphi(s)}{X(s)} = \frac{\frac{-s^2}{g}}{\frac{L.s^2}{g} - 1} = \frac{\frac{-s^2}{g}}{(s\tau_L+1).(s\tau_L-1)} \quad met \quad \tau_L = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

De overdracht M(s) is van de Servomotor $M(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K_M}{s(s\tau_M+1)}$

De overdracht K(s) is van de PI –Regelaar $K(s) = \frac{U(s)}{\varphi(s)} = \frac{s\tau_K+1}{s\tau_K}$

Evident is dat voor de tijdconstanten moet gelden: $\tau_M < \tau_K < \tau_L$

Een Simulatie van de closed-loop systeem dynamica volgt nog!