L, IMPULSMOMENT MB ②

$$dL = 2\pi\rho_0 \cdot \frac{c}{\omega^4}\sqrt{u}\cdot\sqrt{\omega^2R^2-c^2+u}\cdot du - 2\pi\rho_0\frac{c^3}{\omega^4}\sqrt{\frac{\omega^2R^2-c^2+u}{u}}\cdot du$$

STEL NU: $2\pi\rho_0 \cdot \frac{c}{\omega^4} = a$ EN $b = c^2 - \omega^2R^2$

$$\Rightarrow dL = \underbrace{a\sqrt{u}\cdot\sqrt{u-b}\cdot du}_{①} - \underbrace{a\cdot c^2\sqrt{\frac{u-b}{u}}\cdot du}_{②}$$

DIT ZIJN 2 INTEGRALEN MET STANDAARD OPLOSSINGEN.

GAAN WE EERST VERDER MET DE EERSTE INTEGRAAL ①: DEZE HEEFT ALS OPLOSSING

$$L_{①} = \left[\tfrac{1}{2}\sqrt{u}\cdot\sqrt{u-b}\cdot\left(u-\tfrac{1}{2}b\right)\cdot a - \tfrac{1}{4}a\cdot b^2\ln\left(2\sqrt{u}+2\sqrt{u-b}\right)\right]_{c^2}^{c^2-\omega^2R^2}$$

UITWERKEN LEVERT OP:

$$L_{①} = \frac{a}{4}\left[\frac{1}{2}\left(c^2-\omega^2R^2\right)^2\cdot\ln\left(\frac{c+\omega R}{c-\omega R}\right) - \left(c^3\omega R + c\,\omega^3R^3\right)\right]$$

DE 2^e INTEGRAAL IS, OP DE FACTOR $\frac{1}{\omega}$, GELIJK AAN DIE VAN DE ENERGIE E.

$$L_{②} = \frac{E}{\omega} = \pi\rho_0\cdot\frac{c^3}{\omega^4}\left(2\omega Rc - \left(c^2-\omega^2R^2\right)\cdot\ln\left(\frac{c+\omega R}{c-\omega R}\right)\right)$$

$L = L_{①} - L_{②}$ EN MET $\pi\rho_0 = \frac{3}{4}\frac{m_0}{R^3}$

$$L = \frac{3}{8}\frac{m_0c}{\omega^4R^3}\left[\frac{1}{2}\left(c^2-\omega^2R^2\right)^2\cdot\ln\left(\frac{c+\omega R}{c-\omega R}\right) - \left(c^3\cdot\omega R + c\cdot\omega^3R^3\right)\right] -$$

$$\frac{3}{4}\frac{m_0c^3}{\omega^4R^3}\left[2\omega Rc - \left(c^2-\omega^2R^2\right)\cdot\ln\left(\frac{c+\omega R}{c-\omega R}\right)\right]$$

6

HET ZIET ER TAMELIJK INGEWIKKELD UIT, MAAR ALS WE DE KWANTUM VOORWAARDE TOEPASSEN DAN WORDT HET TOCH NOG VRIJ SIMPEL. MAAR EERST PASSEN WE EEN TRANSFORMATIE TOE: SCHRIJF L ALS EEN FUNCTIE VAN $u = \frac{\omega R}{c}$.

WE KRIJGEN HET VOLGENDE: